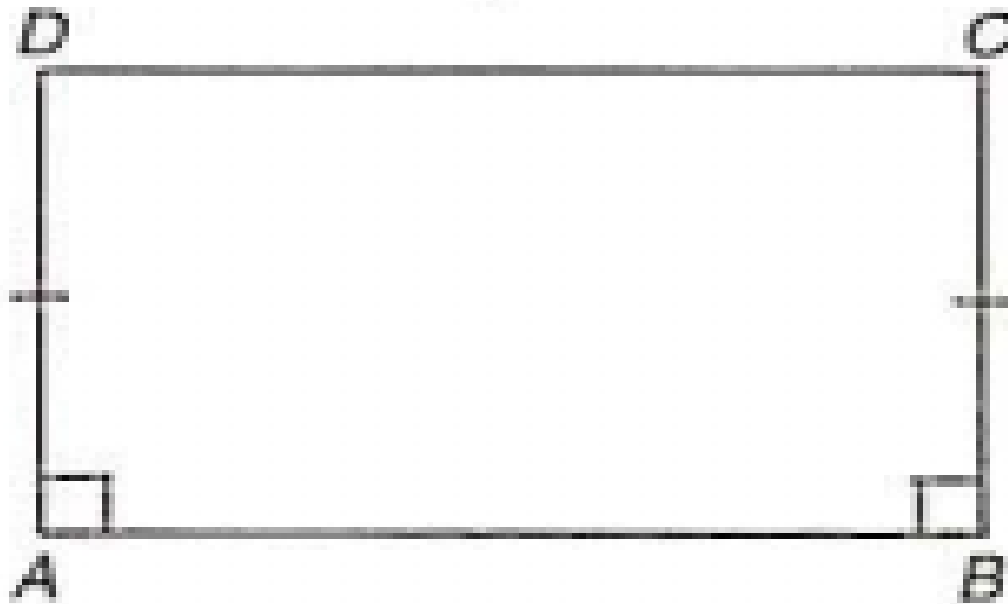


SACCHERI

- Particolare importanza riveste nella lunga storia dei tentativi di dimostrazione del V° postulato l'opera di Saccheri (1667-1733) “ Euclides ab omni naevo vindicatus : sive....”
- Si tenta una dimostrazione per assurdo : Se P5 è deducibile dagli altri , allora il sistema di enunciati costituito dagli altri postulati più la negazione di P5 sarà autocontraddittorio e nella catena deduttiva generata da tale sistema ci si dovrà imbattere in una contraddizione .
- La figura fondamentale oggetto dello studio di Saccheri è il quadrilatero birettangolo isoscele

Fig. 1



SI DIMOSTRA CHE : a) GLI ANGOLI IN C
E IN D SONO CONGRUENTI ; b) LA
RETTA CHE UNISCE I PUNTI MEDI DEI
LATI **AB** E **DC** E' PERPENDICOLARE
AGLI STESSI LATI

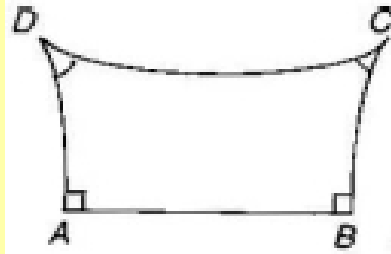
SACCHERI INTRODUCE LE TRE POSSIBILI
IPOTESI SUGLI ANGOLI CONGRUENTI IN C E IN
D :

- CHE SIANO ENTRAMBI ACUTI
- CHE SIANO ENTRAMBI RETTI
- CHE SIANO ENTRAMBI OTTUSI

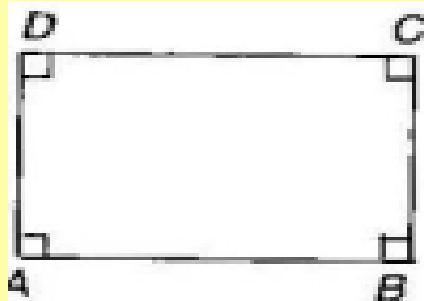
L'IPOTESI DELL'ANGOLO RETTO E'
EQUIVALENTE AL V° POSTULATO , MENTRE LE
ALTRE DUE IPOTESI (ANGOLO ACUTO O
ANGOLO OTTUSO) COSTITUISCONO UNA SUA
NEGAZIONE

TERZA PROPOSIZIONE : IL LATO **CD** E' MAGGIORE , UGUALE O MINORE DEL
LATO **AB** SECONDO CHE VALGA , NELL'ORDINE , L'IPOTESI DELL'ANGOLO
ACUTO , DELL'ANGOLO RETTO O DELL'ANGOLO OTTUSO

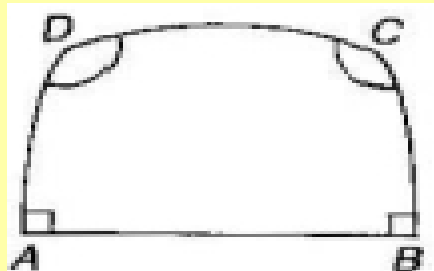
I TRE CASI POSSONO ESSERE RAPPRESENTATI
GRAFICAMENTE COME NELLE FIGURE



Ipotesi angolo acuto



Ipotesi angolo retto



Ipotesi angolo ottuso

LE CONCLUSIONI DI SACCHERI

- Dall'ipotesi dell'angolo ottuso si deduce il V° postulato , ma dal V° postulato si deduce l'ipotesi dell'angolo retto
- Quindi l'ipotesi dell'angolo ottuso è autocontraddittoria (“si distrugge da se stesse “)
- Saccheri si accinge , quindi a “ smontare “ l'ipotesi dell'angolo acuto , derivandone qualche contraddizione
- In realtà le contraddizioni non si evidenziano e Saccheri , senza averne consapevolezza , fonda una nuova geometria , quella che in linguaggio moderno chiamiamo geometria iperbolica , dimostrandone molti teoremi
- La negazione di P5 implica che per un punto esterno a una retta passino due rette parallele alla data , e , quindi , infinite
- Saccheri conclude con un atto di fede : “ l'ipotesi dell'angolo acuto è assolutamente falsa perché ripugna alla natura della linea retta “

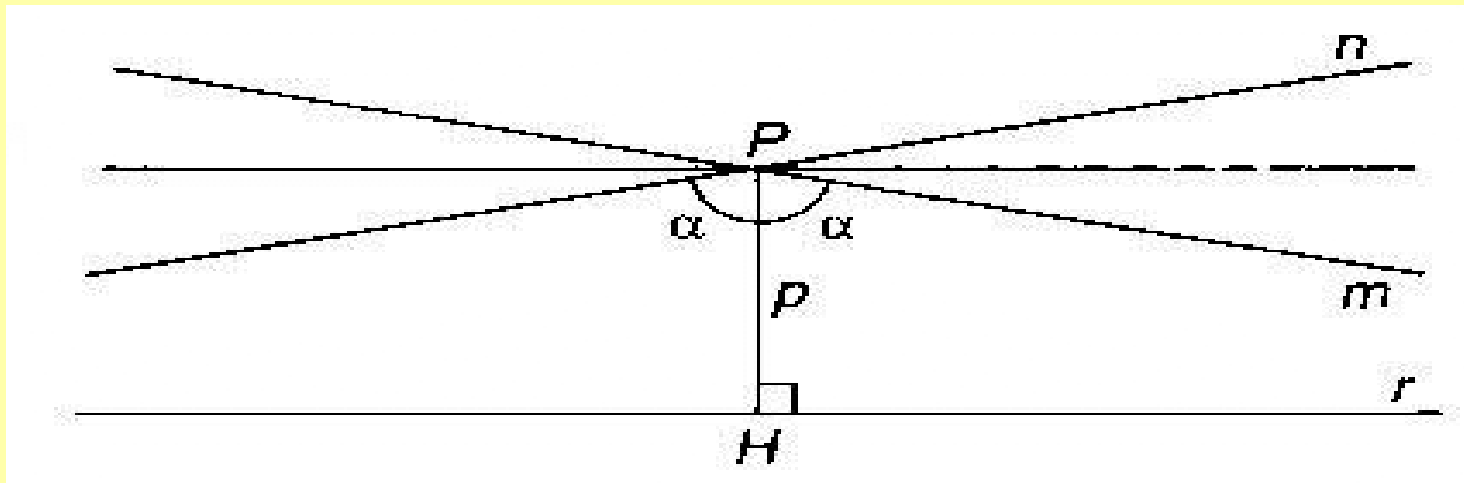
N. LOBACEWSKI : I NUOVI PRINCIPI DELLA GEOMETRIA

- Alla base della nuova geometria di Lobacewski c'è innanzi tutto una rivoluzione concettuale , che nemmeno il grande Gauss aveva avuto il coraggio di fare , quando , pervenuto agli stessi risultati , non li aveva pubblicati , temendo "le strida dei dei beoti "
- P5 è un assioma, indipendente , quindi , dagli altri assiomi
- Si hanno , quindi , sistemi di assiomi coerenti e geometrie consistenti sia assumendo P5 che una sua negazione
- Si possono formulare più geometrie e , dal punto di vista matematico , ciò che conta è che esse siano fondate su sistemi di assiomi "coerenti e indipendenti "
- La geometria , come teoria matematica , perde il carattere di rispecchiamento dello spazio fisico

N. LOBACEWSKI : I NUOVI PRINCIPI DELLA GEOMETRIA

- Il problema di quale sia la geometria dello spazio fisico va risolto sperimentalmente (già Gauss lo aveva intuito , cercando di misurare , con metodi topografici , la somma degli angoli di un triangolo avente per vertici la cima di tre colline)
- Gli enti di uno spazio matematico hanno carattere primitivo , la loro definizione non è esplicita , ma implicita attraverso gli assiomi

N. LOBACEWSKI : I NUOVI PRINCIPI DELLA GEOMETRIA



La figura qui sopra esemplifica il problema del parallelismo : m ed n sono le due parallele per P , α è l'angolo di parallelismo , di cui si dimostra la dipendenza da p (cresce al diminuire di p e tende a $\pi/2$) . Le rette comprese tra m ed n sono le iperparallele. La somma degli angoli di un triangolo è minore di π . Il difetto $d=\pi-s$ cresce con l'area del triangolo e tende a zero al tendere dell'area a zero